Session 2004 Code :

BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

MAINTENANCE des APPAREILS et EQUIPEMENTS MENAGERS et de COLLECTIVITES

Domaine E1 – Epreuve Scientifique et Technique

MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures Coefficient : 1,5

La calculatrice est autorisée.

Les documents à rendre avec la copie seront agrafés en bas de la copie par le surveillant sans indication d'identité du candidat.

Le sujet comporte 7 pages dont :

FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + ... + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + ... + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Trigonométrie

$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

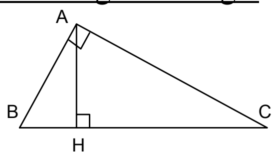
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \grave{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B + b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} . \vec{v'} = xx' + yy'$	$\vec{v} . \vec{v'} = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v} . \vec{v'} = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v'}\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v} . \vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$

MATHEMATIQUES (13 points)

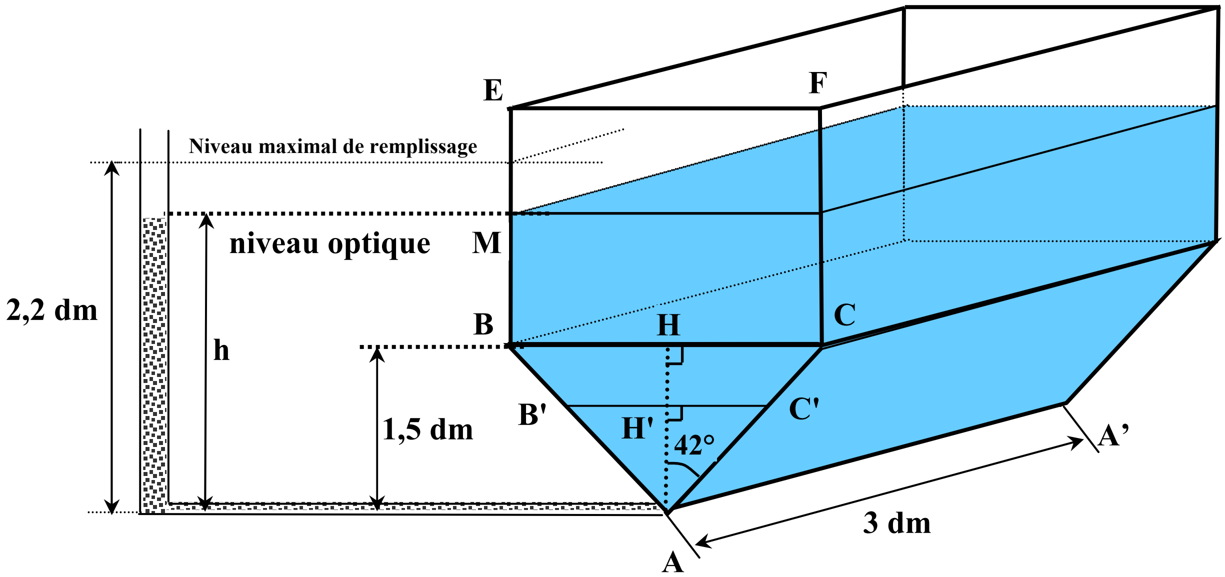
Les 2 exercices peuvent être traités de façon indépendante.

On étudie une machine à café, puis le nombre de cafés servis dans un restaurant.

EXERCICE 1 : Etude du volume de la réserve d'eau. (9 points)

Le schéma ci-dessous représente la chaudière d'une machine à café pour un restaurant.

Le but de cet exercice est de tracer la courbe donnant le volume V d'eau en fonction de la hauteur h d'eau indiquée par le niveau optique. Pendant le remplissage, la hauteur h atteint successivement le point B de la section triangulaire isocèle, puis le point M de la section rectangulaire.



I - Volume de l'eau lorsque h $\leq$ 1,5 dm (section triangulaire isocèle)

1. Section AB'C' (triangle isocèle)

1.1 Montrer que l'aire de la section triangulaire AB'C' de hauteur AH' est : $\mathbf{S = AH'^2 . \tan 42°}$.

1.2 Montrer que le volume V (en litre ou dm^3) de l'eau, arrondi au dixième, correspondant à cette section est : $\mathbf{V = 2{,}7 \,.\, AH'^2}$.

2. Section ABC (triangle isocèle)

Calculer, en arrondissant au dixième, le volume V_1 de l'eau correspondant au remplissage maximal de la partie à section triangulaire.

II - Etude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur [0 ; 1,5] par : $\mathbf{f(x) = 2{,}7\, x^2}$.

1. Soit f' la fonction dérivée de f.
   1.1 Déterminer l'expression de $f'(x)$.
   1.2 Calculer f' (1,5).

2. Compléter sur l'annexe page 5/7 le tableau de variation de f.
3. Compléter sur l'annexe page 5/7 le tableau de valeurs de $f(x)$. Arrondir les résultats à 10^{-1}.
4. Dans le repère défini sur l'annexe page 5/7, tracer la représentation graphique de la fonction f.

III - Volume de l'eau lorsque $h \geq 1,5$ dm (section triangulaire isocèle et rectangulaire)

1. Exprimer la longueur du segment [BM] en fonction de h.

2. Calculer, en dm, la longueur du segment [BC] en arrondissant le résultat au dixième.

3. Montrer à l'aide des résultats précédents que le volume V_2 (arrondi au dixième) de l'eau correspondant à la partie de section rectangulaire du réservoir est : $\mathbf{V_2 = 8,1\ h - 12,2}$**.**

4. On admet que pour h = 1,5 le volume d'eau est : $\mathbf{V_1 = 6,1}$.
   Lorsque $h \geq 1,5$, le volume total de l'eau est donc : $\mathbf{V = V_1 + V_2}$**.**

4.1 Donner l'expression de V en fonction de h.

4.2 Au volume V, on associe la fonction *g* définie sur l'intervalle [1,5 ; 2,2] par :

$$g(x) = 8,1\,x - 6,1.$$

Dans le repère de l'annexe page 5/7, tracer le segment de droite représentant la fonction *g* sur l'intervalle [1,5 ; 2,2].

5. En comparant le coefficient directeur de la droite précédente et le résultat de la question 1.2 du **II**, indiquer la position du segment de droite par rapport à la courbe représentative de *f*.

EXERCICE 2 : Evolution du nombre de cafés vendus en un trimestre. (4 points)

Soit $u_1 = 2\,500$, le nombre de cafés servis par le restaurant au cours du mois de janvier.
Durant le 1er trimestre (janvier – février – mars), les nombres de cafés servis mensuellement forment une suite géométrique de premier terme u_1 et de raison positive q.

1. Ecrire les termes u_2 et u_3 de cette suite en fonction de q.

2. Le restaurant a servi 8 000 cafés au cours du trimestre.

   2.1 Montrer que q est solution de l'équation : $\mathbf{q^2 + q - 2,2 = 0}$

   2.2 Calculer la valeur de q arrondie au millième.

   2.3 Quel est le pourcentage d'augmentation de la vente mensuelle du nombre de cafés au cours du trimestre ?

ANNEXE

(à rendre avec la copie)

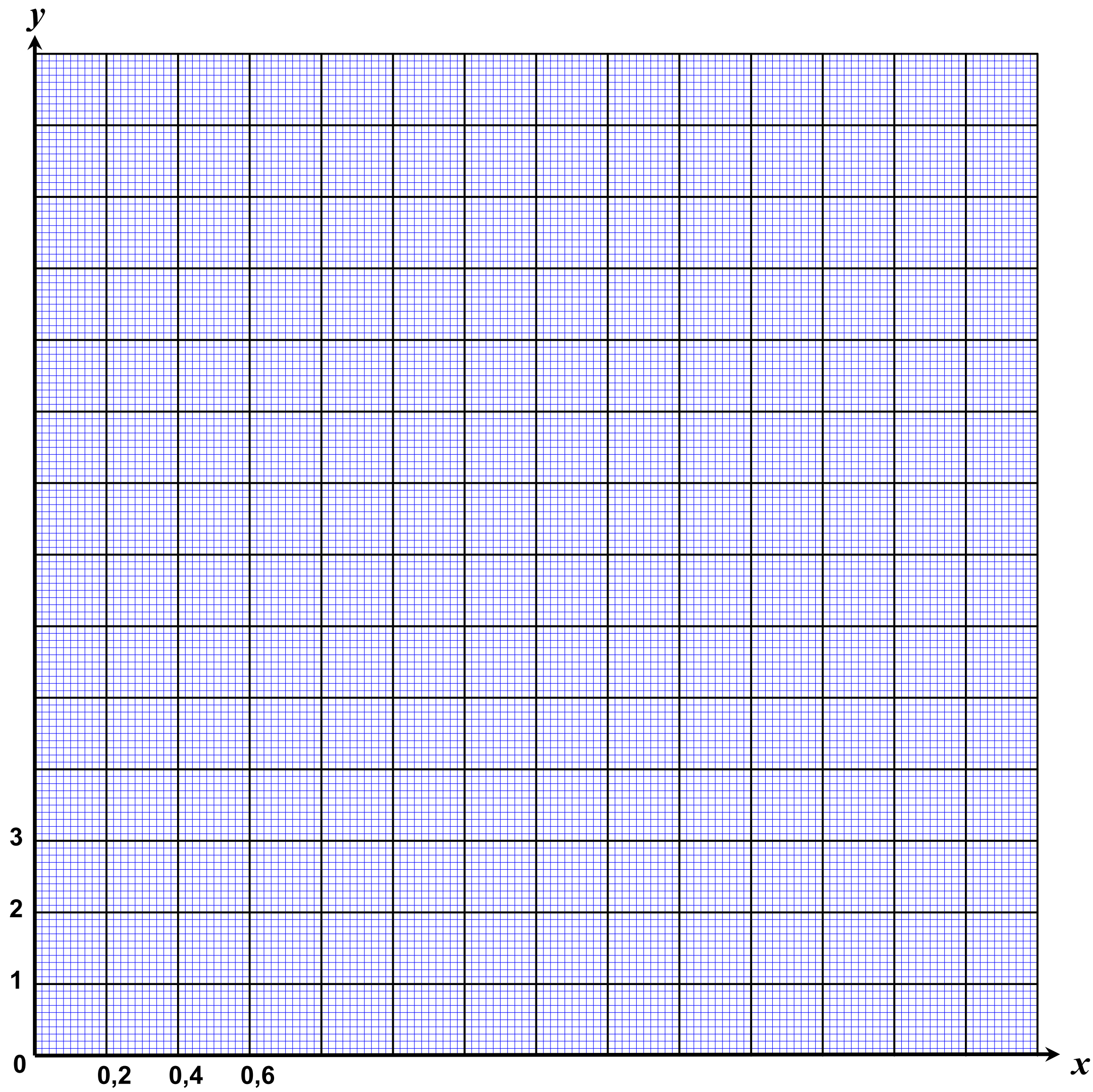
Compléter le tableau de variation de la fonction *f*

x	**0**	**1,5**
signe de *f'(x)*		
variation de *f*		

Compléter le tableau de valeurs de *f* (*x*) arrondies à 10^{-1}

x	**0**	**0,5**	**0,8**	**1**	**1,2**	**1,5**
f (x)	**0**			**2,7**		**6,1**

Représentation graphique des fonctions *f* et *g*



SCIENCES PHYSIQUES (7 points)

<u>FORMULES</u>

$\mathbf{W = m \cdot c \cdot \Delta\theta}$

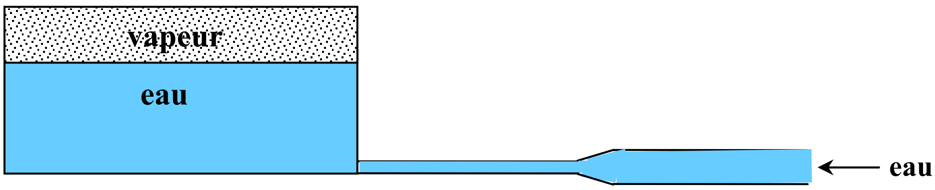
$\mathbf{W = P \cdot t}$ (dans cette formule P est la puissance)

$\mathbf{Q = \frac{V}{t} = S \cdot v}$ (dans cette formule V est le volume et v la vitesse)

$\frac{1}{2}\rho\, v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho\, v_2^2 + p_2$ (équation de Bernoulli simplifiée lorsque la canalisation est horizontale)

****

La partie sciences physiques concerne la chaudière de la machine à café et son alimentation en eau.



	Tuyau 1	**Tuyau 2**
sections :	S_1	S_2
vitesses :	v_1	v_2
débits :	Q_1	Q_2
pressions :	p_1	p_2

<u>EXERCICE 3</u> : Thermique

Données : *puissance de la résistance chauffante : 3 kW*
volume total d'eau dans la chaudière : 12 L
capacité thermique massique de l'eau : 4 180 J/(kg.°C)
température initiale de l'eau : 20 °C
masse volumique de l'eau : 1000 kg/m³

1. Calculer en joules l'énergie nécessaire pour porter à 100°C la totalité de l'eau sans changement d'état.

2. Calculer en secondes, le temps nécessaire à cette montée en température.

EXERCICE 4 : Fluide en mouvement

Données : *temps de remplissage à débit constant des 12 L d'eau de la chaudière : 1 minute*
tuyau 1 : diamètre intérieur 8 mm et vitesse de l'eau v_1
tuyau 2 : diamètre intérieur 12 mm et vitesse de l'eau v_2
masse volumique de l'eau : 1000 kg/m^3
pression de l'eau dans le tuyau 2 : $p_2 = 4$ *bars* $= 4 \times 10^5$ *Pa*

1. Exprimer en m^3/s le débit Q de l'eau pendant le remplissage.

2. Calculer en m/s la vitesse v_1 d'écoulement de l'eau dans le tuyau 1. Arrondir au dixième.

3. Calculer en m/s la vitesse v_2 d'écoulement de l'eau dans le tuyau 2. Arrondir au dixième.

4. En utilisant l'équation de Bernoulli simplifiée (donnée à la page précédente), calculer en kilopascal, la pression p_1 de l'eau dans le tuyau 1. Arrondir à l'unité.

5. Recopier les écritures ci-dessous en remplaçant les pointillés par l'un des symboles suivants : $>$, $<$ ou $=$.

sections	$\mathbf{S_1}$ **………** $\mathbf{S_2}$
vitesses	$\mathbf{v_1}$ **……….** $\mathbf{v_2}$
débits	$\mathbf{Q_1}$ **………** $\mathbf{Q_2}$
pressions	$\boldsymbol{p_1}$ **……….** $\boldsymbol{p_2}$