SUJET : SECTEUR SECONDAIRE

Écrits du 8 juin 1999

MATHÉMATIQUES ET SCIENCES (2 heures)

Groupe A (traiter les exercices n°1, n°2, n°3, n°4 et n°5)

CAP :

Accessoiriste réalisateur
Agent d'exécution graphiste décorateur
Composition
Dessinateur d'exécution en communication graphique
Électrobobinage
Équipement connectique contrôle
Équipements électriques et électroniques de l'automobile
Impression
Installation en équipements électriques
Installation en télécommunications et courants faibles
Monteur incorporateur copiste
Opérateur projectionniste de l'audio-visuel
Photographe
Sérigraphie

BEP - BEP et CAP associés :

Agent d'exploitation des équipements audiovisuels
Electronique
Electrotechnique
Electrotechnique
Installateur conseil en équipement du foyer ***(brun blanc)***
Installateur conseil en équipement du foyer : Electroménager
Installateur conseil en équipement du foyer : Audio Electronique Antenne
Optique lunetterie
Monteur en optique lunetterie

Groupe B (traiter les exercices n°1, n°2, n°3 et n°6)

BEP :

Opticien de précision

- La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- L'usage des instruments de calcul est autorisé.

FORMULAIRE BEP SECTEUR INDUSTRIEL

Identités remarquables

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

Puissances d'un nombre

$(ab)^m = a^m b^m$; $a^{m+n} = a^m a^n$; $(a^m)^n = a^{mn}$.

Racines carrées

$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$; $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1; raison r.
Terme de rang n :
$u_n = u_{n-1} + r$;
$u_n = u_1 + (n-1)r$.

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1; raison q.
Terme de rang n :
$u_n = u_{n-1}q$;
$u_n = u_1 q^{n-1}$.

Statistiques

Moyenne $\overline{x}$:

$$\overline{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \ldots + n_px_p}{N};$$

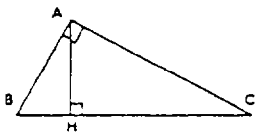
Ecart type σ :

$$\sigma^2 = \frac{n_1(x_1 - \overline{x})^2 + n_2(x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + n_p(x_p - \overline{x})^2}{N}$$

$$= \frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \ldots + n_px_p^2}{N} - \overline{x}^2.$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

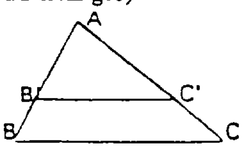
$AB^2 + AC^2 = BC^2$
$AH.BC = AB.AC$



$\sin \hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \dfrac{AC}{AB}$.

Enoncé de Thalès (relatif au triangle)

Si (BC)//(B'C'), alors $\dfrac{AB}{AB'} = \dfrac{AC}{AC'}$.



Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}Bh$.
Parallélogramme : Bh.
Trapèze : $\frac{1}{2}(B + b)h$.
Disque : πR^2.
Secteur circulaire angle α en degré : $\frac{\alpha}{360}\pi R^2$.

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou **Prisme droit** d'aire de base B et de hauteur h :
Volume : Bh.

Sphère de rayon R :
Aires : $4\pi R^2$. Volume : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Cône de révolution ou **Pyramide** d'aire de base B et de hauteur h
Volume : $\frac{1}{3}Bh$.

Position relative de deux droites

Les droites d'équations
$y = ax + b$ et $y = a'x + b'$
sont
- *parallèles* si et seulement si $a = a'$;
- *orthogonales* si et seulement si $aa' = -1$.

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}\begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$; $\vec{v}'\begin{vmatrix} x' \\ y' \end{vmatrix}$; $\vec{v} + \vec{v}'\begin{vmatrix} x + x' \\ y + y' \end{vmatrix}$; $\lambda\vec{v}\begin{vmatrix} \lambda x \\ \lambda y \end{vmatrix}$.

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Trigonométrie

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$;

$\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$.

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R;$$

R : rayon du cercle circonscrit.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$.

CAP autonomes du secteur industriel
Formulaire de Mathématiques

<u>Identités remarquables</u>

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

<u>Puissances d'un nombre</u>

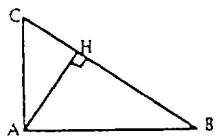
$10^0 = 1$; $10^1 = 10$; $10^2 = 100$; $10^3 = 1000$.
$a^2 = a \times a$; $a^3 = a \times a \times a$.

<u>Proportionnalité</u>

a et b sont proportionnels à c et d si $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

<u>Relations métriques dans le triangle rectangle</u>

$AB^2 + AC^2 = BC^2$
$AH.BC = AB.AC$

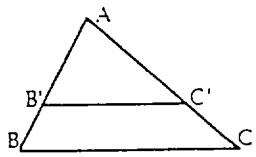


$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$.

<u>Enoncé de Thalès</u> (relatif au triangle)

Si (BC)//(B'C'),

alors $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'}$.



<u>Aires dans le plan</u>

Triangle : $\frac{1}{2}Bh$.
Parallélogramme : Bh.
Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$.
Disque : πR^2.
Secteur circulaire angle α en degré : $\frac{\alpha}{360}\pi R^2$.

<u>Aires et volumes dans l'espace</u>

Cylindre de révolution ou **Prisme droit** d'aire de base B et de hauteur h :
Volume : Bh.

Sphère de rayon R :
Aire : $4\pi R^2$. Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Cône de révolution ou **Pyramide** d'aire de base B et de hauteur h :
Volume : $\frac{1}{3}Bh$.

EXERCICE N° 1 : FONCTIONS NUMÉRIQUES

CAP : 11 points BEP : 22 points

1ère Partie : CAP + BEP

Le plan est rapporté au repère orthogonal de la figure 1, de l'annexe 1. Le point O est l'origine du repère, (x'x) est l'axe des abscisses et (y'y) est l'axe des ordonnées.

1- La courbe (C) est la représentation graphique d'une fonction f de la variable x, sur l'intervalle $[-4;4]$. Tout point de (C) a pour coordonnées $(x;f(x))$.
Compléter, à l'aide de la courbe (C), le tableau de valeurs (tableau 1, annexe 1).

2- Soit la fonction g de la variable x, définie par $g(x) = 0,4x$.

Parmi les deux propositions suivantes, choisir et recopier celle qui est exacte.

- " La fonction g est une fonction linéaire ".
- " La fonction g n'est pas une fonction linéaire ".

Justifier le choix fait.

3- Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	- 5	0	5
$g(x)$			

4- Tracer la représentation graphique (D) de la fonction g, sur l'intervalle $[-5;5]$, dans le plan rapporté au repère de la figure 1, de l'annexe 1.

5- Déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersection de (D) et de (C).

2ème Partie : BEP uniquement

6- En utilisant la courbe (C) de l'annexe 1, déterminer quelle semble être la parité de la fonction f. Justifier la réponse.

7- La fonction f est périodique.

Repérer sur la figure 1, de l'annexe 1, deux points dont la différence des abscisses est égale à une période T.
Noter ces points A et B.
Écrire la valeur de cette période.

8- En utilisant la périodicité de la fonction f, compléter avec soin sa représentation graphique sur l'intervalle $[-6;6]$. Effectuer ce travail sur la figure 1 de l'annexe 1.

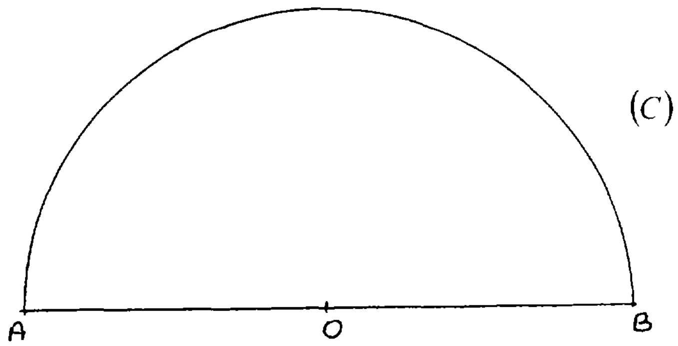
9- Observer la courbe (C) puis indiquer si la fonction f est croissante ou si la fonction f est décroissante sur chacun des intervalles $[-3;-1,5]$, $[-1,5;1,5]$, $[1,5;3]$.

EXERCICE N°2 : GÉOMÉTRIE

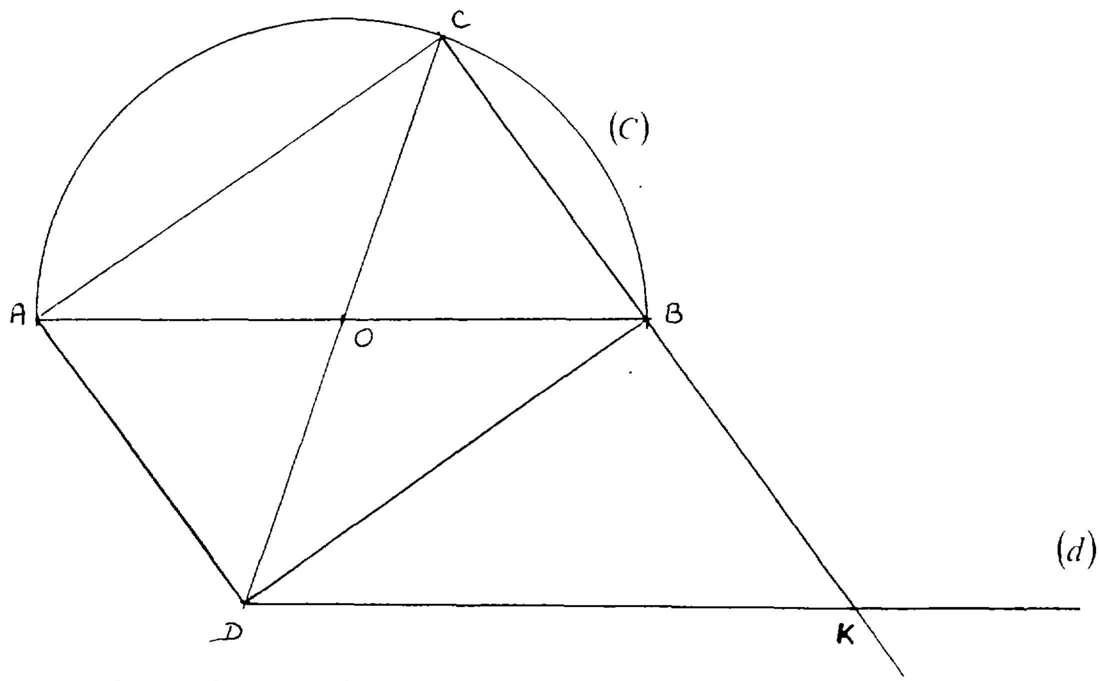
CAP : 09 points BEP : 18 points

CAP + BEP

On considère la figure ci-dessous, dans laquelle est le demi-cercle de centre O et de rayon 40 mm. A et B sont deux points de (C) diamétralement opposés.



Un programme de construction permet d'obtenir la figure ci-dessous :



Le programme comporte 6 instructions données dans le désordre :

① Tracer le triangle $A\ B\ C$,

② Placer le point C sur le cercle (C) tel que $\widehat{BAC} = 35°$,

③ Placer K point d'intersection de (CB) et (d),

④ Tracer la parallèle (d) à (AB) passant par D,

⑤ Tracer le quadrilatère $ACBD$,

⑥ Placer le point D symétrique du point C par rapport à O.

1) Compléter le tableau 2 de l'annexe 1, afin de reconstituer le programme de construction dans l'ordre.

2) Déterminer la nature du triangle ABC. Justifier la réponse.

3) Calculer la longueur AC du segment $[AC]$ en utilisant une des relations trigonométriques du formulaire (arrondir au dixième de millimètre).

4) Déterminer la nature du quadrilatère $ACBD$. Justifier la réponse.

5) Déterminer la nature du quadrilatère $ADKB$. Justifier la réponse.

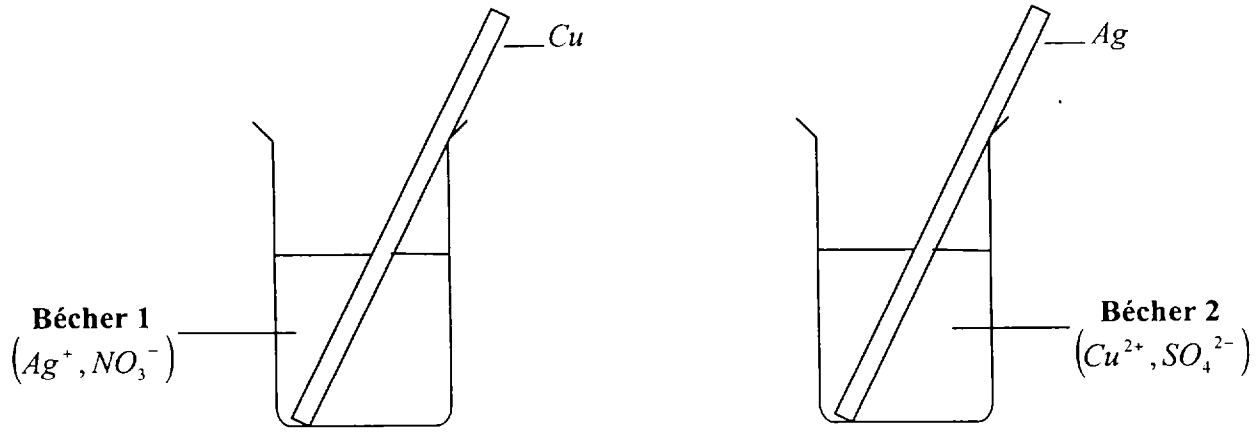
6) En déduire la longueur du segment $[DK]$.

EXERCICE N°3 : CHIMIE

CAP : 08 points BEP : 16 points

1ère Partie : CAP + BEP

Dans le bécher 1, on place une lame de cuivre dans une solution de nitrate d'argent de formule brute $AgNO_3$.
Dans le bécher 2, on place une lame d'argent dans une solution de sulfate de cuivre de formule brute $CuSO_4$.



Dans le bécher 1, au bout d'un temps suffisamment long, un dépôt noir puis argenté apparaît sur la lame de cuivre.
On prélève un peu de la solution du bécher 1.
On y ajoute quelques gouttes d'hydroxyde de sodium de formule brute $NaOH$: un précipité bleu apparaît.

Dans le bécher 2, on n'observe aucun changement.

A/ DANS LE BÉCHER 1

1) Écrire le nom de l'élément apparu sur la lame.

2) Déterminer l'ion mis en évidence par l'hydroxyde de sodium ajouté à la solution contenue dans le bécher 1.
On pourra utiliser le tableau ci-dessous qui indique les résultats des tests de précipitation de certains ions présents en solution aqueuse.

Couleurs des précipités	Blanc	Bleu	Vert	Blanc
Formules brutes des solutions test	Ag NO_3	Na OH	Na OH	Na OH
Ions mis en évidence	Chlorure Cl^-	Cuivre Cu^{2+}	Fer Fe^{2+}	Zinc Zn^{2+}

3) Choisir et recopier parmi les équations suivantes, l'équation-bilan de l'oxydo-réduction qui a eu lieu dans le bécher 1 :

$$Cu^{2+} + Ag \rightarrow Cu + Ag^{+}$$
$$Cu + Ag^{+} \rightarrow Cu^{2+} + Ag$$
$$Cu^{2+} + 2Ag \rightarrow Cu + 2Ag^{+}$$
$$Cu + 2Ag^{+} \rightarrow Cu^{2+} + 2Ag$$

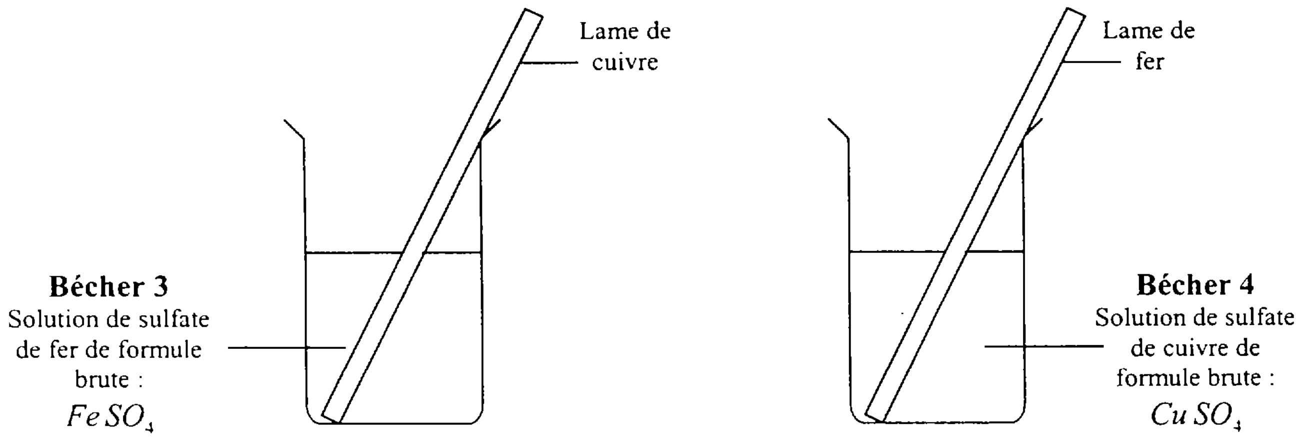
4) Préciser, du cuivre ou de l'argent, l'élément qui est le plus réducteur.

<u>B / DANS LE BÉCHER 2</u>

5) A l'aide de la réponse précédente, justifier le fait qu'aucun changement n'est observé dans le bécher 2.

<u>2ème Partie</u> : BEP uniquement

On réalise une nouvelle série de manipulations schématisées ci-dessous :



<u>Dans le bécher 3</u>, après quelques heures, on constate qu'aucune réaction ne s'est produite.
<u>Dans le bécher 4</u>, un dépôt rougeâtre est apparu sur la lame de fer.
On prélève un peu de solution du bécher 4.
On y ajoute quelques gouttes d'hydroxyde de sodium NaOH : un précipité vert apparaît.

6) Recopier et compléter l'équation-bilan de la réaction d'oxydo-réduction se produisant dans le bécher 4 :

$$Fe + Cu^{2+} \rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

7) En utilisant les résultats des expériences des parties 1 et 2, recopier et placer le c...

Pou

8) Le couple oxydant-réducteur Zn^{2+}/Zn est plus réducteur que le couple Fe^{2+}/I

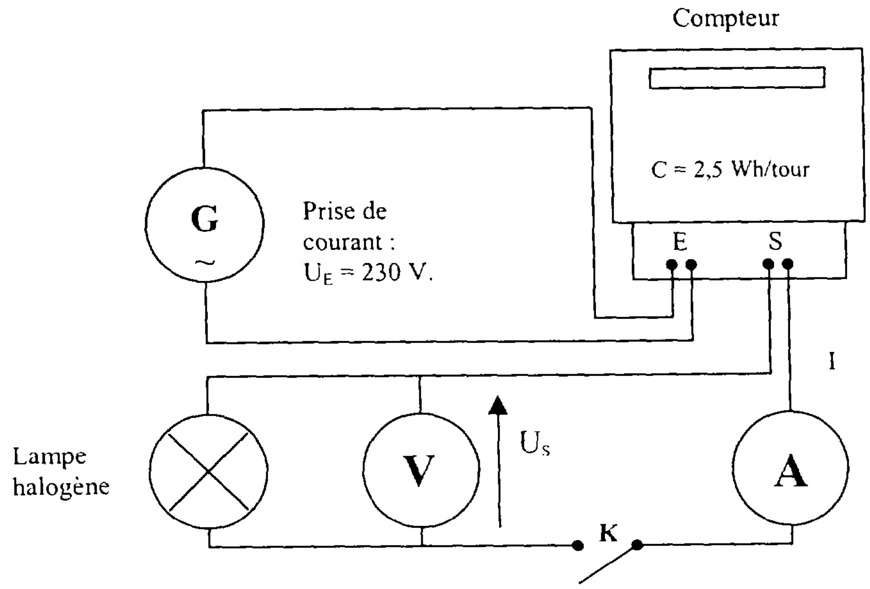
a) Placer le couple oxydant-réducteur Zn^{2+}/Zn sur l'échelle précédente.

b) Prévoir s'il se produit une réaction d'oxydo-réduction lorsqu'on place une solution de sulfate de fer de formule brute $FeSO_4$. Justifier la réponse.

EXERCICE N°4 : ÉLECTRICITÉ CAP : 06 points BEP :

CAP + BEP

La mesure de l'énergie électrique absorbée par une lampe halogène munie d'un variateur de pu obtenue à l'aide d'un compteur d'énergie électrique. Le montage suivant est réalisé.



L'éclairement de la lampe est réglé à son maximum. Le disque effectue alors 12 tours en 2 Le voltmètre indique 230 volts et l'ampèremètre 2,15 ampères.

1- Indiquer la grandeur physique mesurée à l'aide du compteur.

2- Proposer une signification de « 2,5 Wh / tour ».

3- Compléter le tableau 1, de l'annexe 2.

4- Calculer la puissance P de la lampe. Arrondir à l'unité.

BEP uniquement

5- Calculer de deux façons différentes, l'énergie électrique absorbée par cette lampe, en sup puissance de la lampe est 500 W. Exprimer le résultat en Wh.

6- On branche 4 autres lampes en dérivation sur celle-ci. Toutes les lampes sont identiques puissance 500 watts.

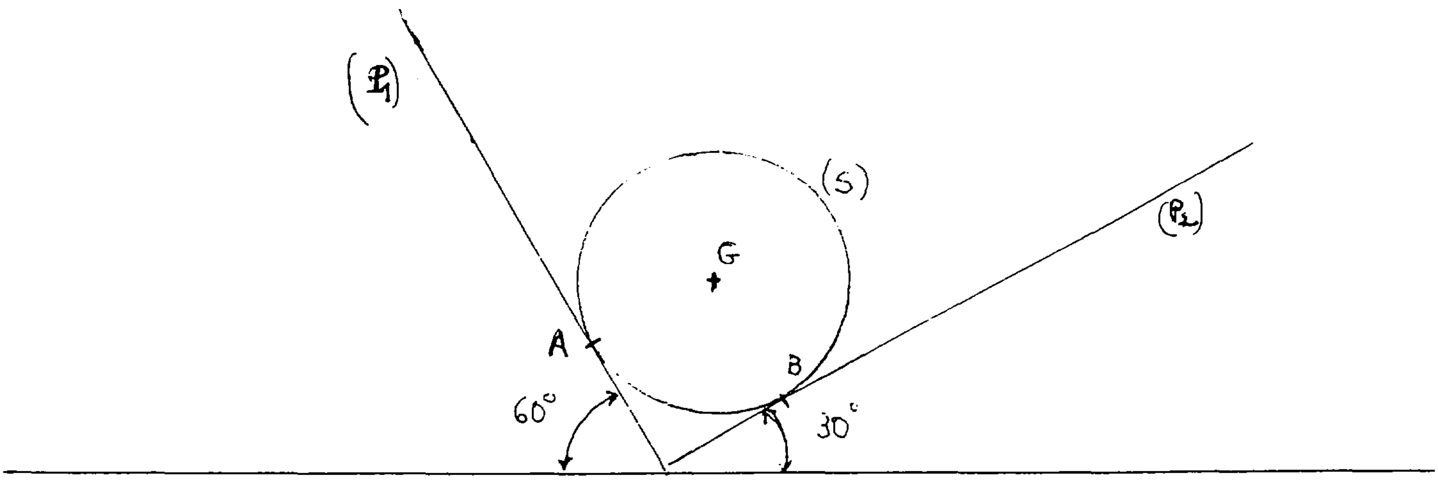
b) Calculer l'intensité I mesurée par l'ampèremètre.

c) Parmi les fusibles de calibres suivants : $\boxed{5A}$ - $\boxed{10A}$ - $\boxed{15A}$ -

Indiquer celui qu'il faut choisir pour protéger cette installation, sachant que l'intensit que peut supporter cette installation est 20 ampères. Justifier votre réponse.

EXERCICE 5 : STATIQUE CAP : 06 points BEP : 12 points

Une sphère (S) de masse m repose sans frottement sur deux plans inclinés (P_1) et (P_2), faisant entre eux un angle droit.
Ces plans font des angles de 60° et 30° avec le plan horizontal.



1- Calculer la masse m en kg de la sphère (S), sachant que son poids $\vec{P}$ a pour valeur 6N.
(prendre g = 10N/kg).

2- Soit $\vec{F}_A$ la force exercée par le plan (P_1) sur la sphère (S) ; soit $\vec{F}_B$ la force exercée par le plan (P_2) sur la sphère (S).
Reporter les caractéristiques connues des forces qui s'exercent sur la sphère (S) dans le tableau 2 de l'annexe 2.

3- La sphère (S) est en équilibre.
Que peut-on en déduire quant à la somme vectorielle des forces qui s'exercent sur la sphère ?

4- En prenant pour échelle 1 cm pour 1N, construire à partir du point O, figure 1, annexe 2, le dynamique des forces exercées sur (S).

5- Déterminer graphiquement l'intensité de chacune des forces autre que le poids.

EXERCICE 6 : OPTIQUE BEP : 24 points

BEP OPTICIEN DE PRÉCISION UNIQUEMENT

I - On considère le système optique centré formé de 2 lentilles minces L_1 et L_2 baignant dans l'air.

- L_1 est convergente de distance focale 70 mm.
- L_2 est divergente de distance focale 90 mm.

$$\overline{L_1L_2} = +230\,(\text{mm})$$

1- Construire l'image du faisceau lumineux issu de B à travers le système (sur l'annexe 3).
Placer les images A_0B_0 et $A'B'$ telles que :

$$AB \xrightarrow{(L_1)} A_0B_0 \xrightarrow{(L_2)} A'B'.$$

2-
a) Réduire graphiquement le système (L_1, L_2) à ses plans principaux et focaux (sur l'annexe 4)
b) Calculer la vergence et les distances focales du système réduit.
c) Calculer $\overline{L_1H}$; $\overline{L_2H'}$; $\overline{HH'}$.

II - Une lentille mince de distance focale inconnue donne le point A' image du point A tels que :

$$\overline{LA} = -150\ (\text{mm})\ ;\ \overline{LA'} = -50\ (\text{mm}).$$

1- Déterminer graphiquement les plans focaux et foyers de la lentille (sur l'annexe 5).

2- Calculer la vergence et les distances focales de (L).

ANNEXE 1 (à rendre, agrafée, avec la copie)

N° CANDIDAT :

FIGURE 1

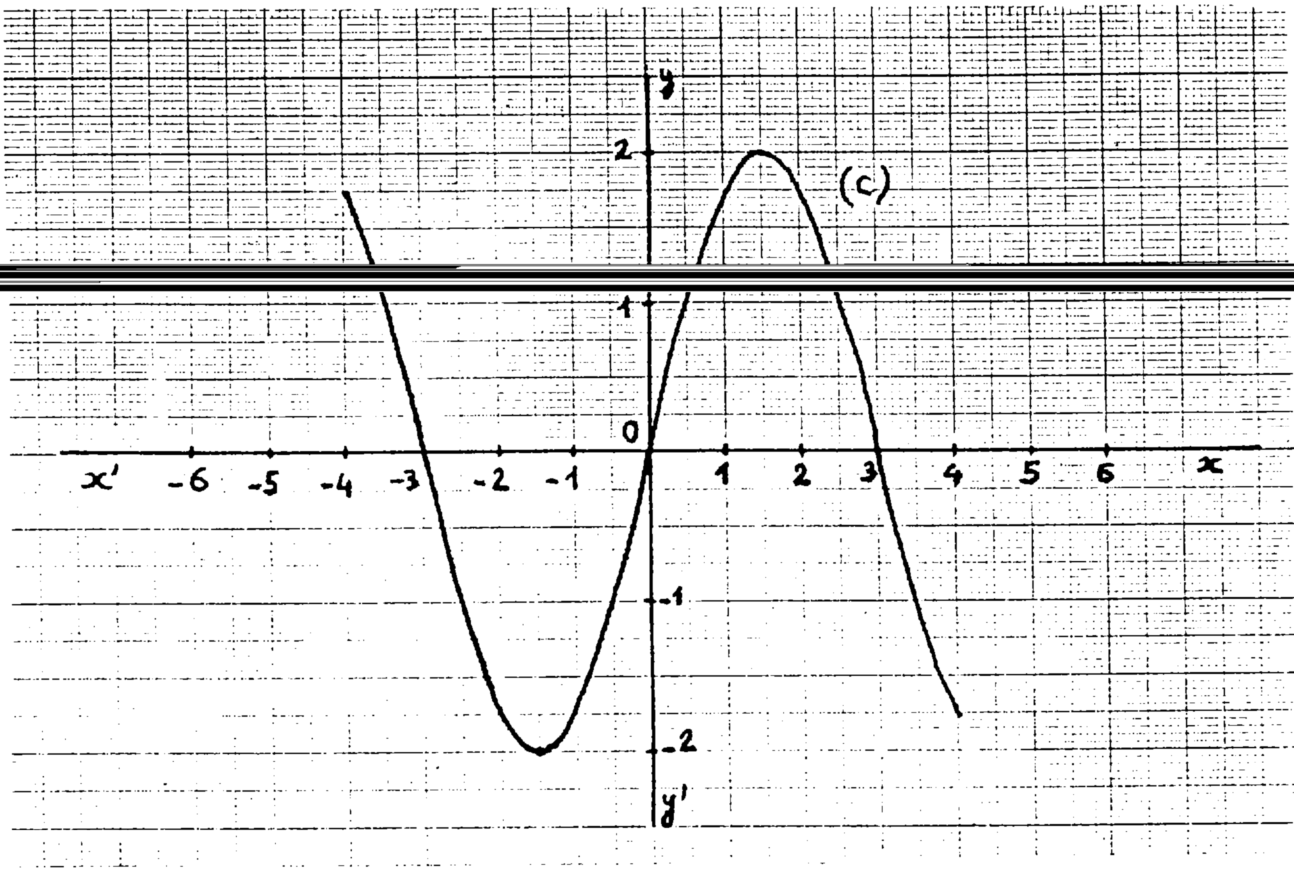


TABLEAU 1

x	- 3	- 2,5		- 0,5	0	0,5		2,5	3
y		- 1	- 2		0		2		0

TABLEAU 2

Étape	1	2	3	4	5	6
Numéro de l'instruction	②					③

ANNEXE 2 (à rendre, agrafée, avec la copie)

N° CANDIDAT :

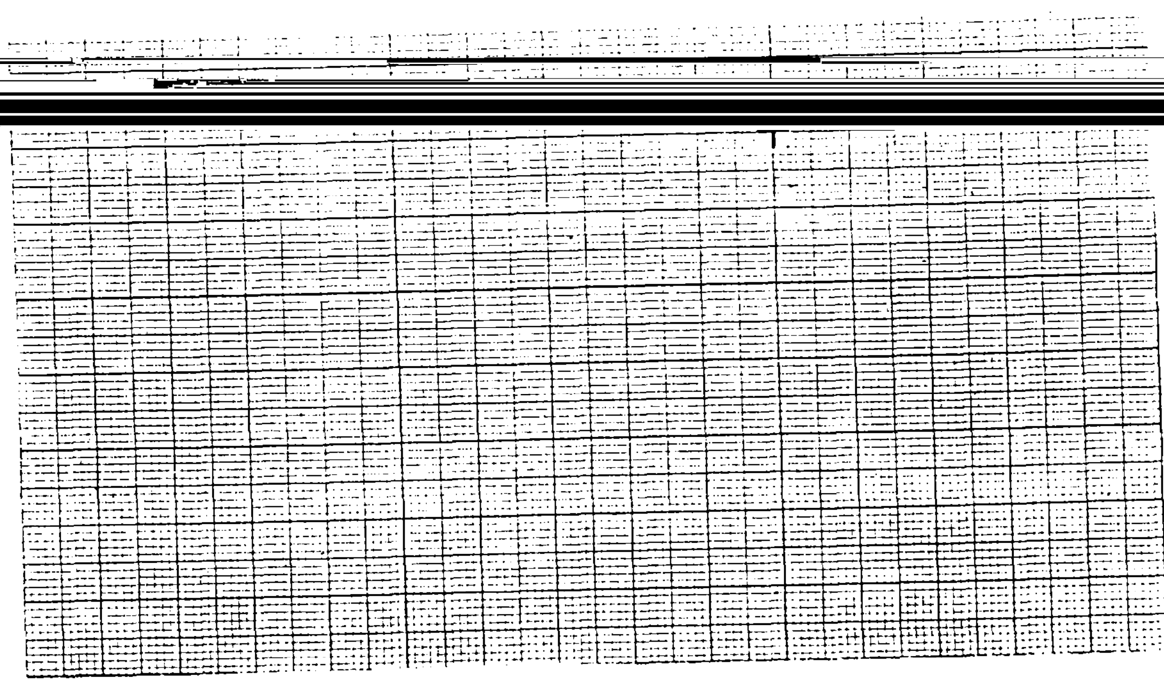
TABLEAU 1

	Valeur indiquée par le voltmètre	Valeur indiquée par l'ampèremètre	Vitesse de rotation du disque arrondie au millième de tour par seconde
L'interrupteur K est fermé. L'éclairement de la lampe est réglé à son maximum.			

TABLEAU 2

Force	Point d'application	Droite d'action	Sens	Valeur (N)
$\vec{P}$	G	$\vert$	$\downarrow$	6N

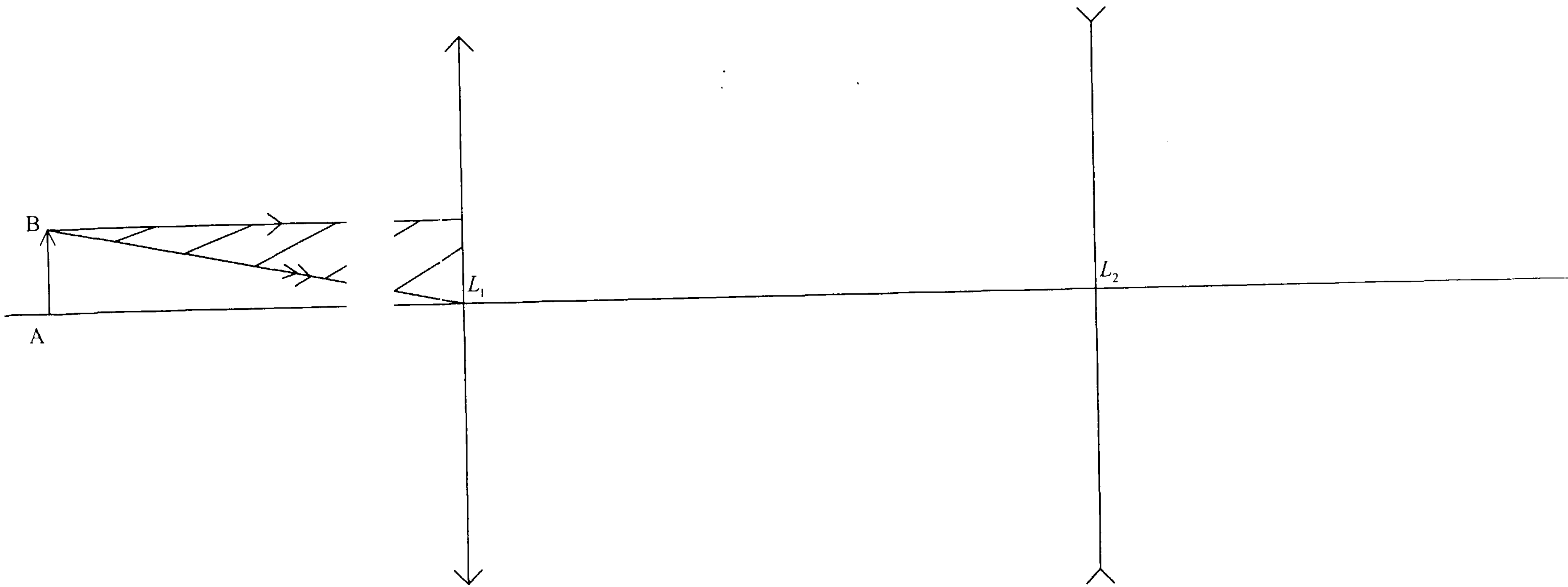
FIGURE 1



N° CANDIDAT :

Annexe 3 (à rendre, agrafée, a ı copie)

Schéma échelle $\frac{1}{2}$.



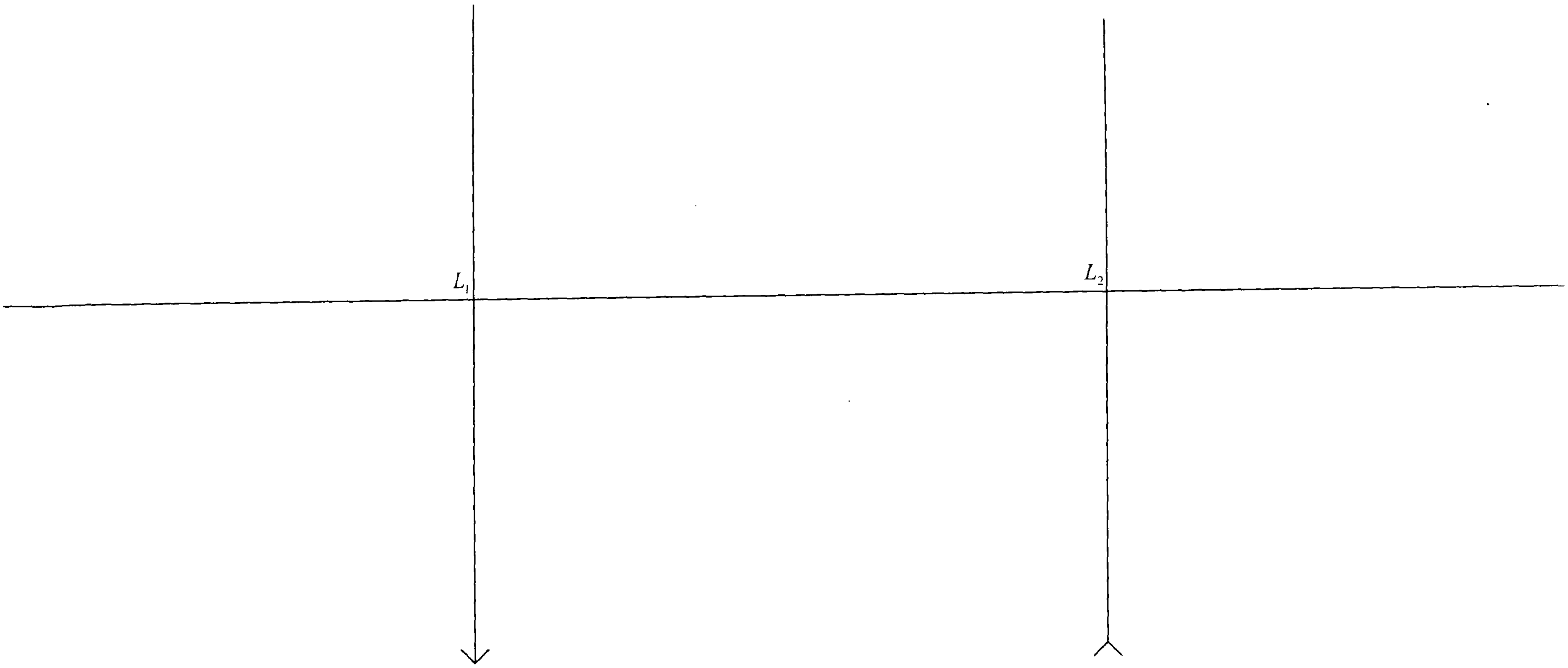

L_1
L_2

Schéma échelle 1.