

Comment envisager l'apprentissage des fractions et des nombres décimaux sur trois ans : du CM¹ à la 6^{ème} ?

☞ Difficultés relatives à la compréhension des nombres décimaux :

Les évaluations 6^{ème} mettent en évidence que certains élèves semblent considérer que *la virgule sépare deux nombres entiers* : ils traitent la partie décimale comme un entier.

Ces difficultés peuvent s'expliquer par un certain nombre de raisons :

- ❶ la façon d'écrire les nombres décimaux : en juxtaposant les chiffres à gauche et à droite de la virgule ;
- ❷ la façon la plus courante de les dire : 7,35 lu « 7 virgule 35 », voire « sept trente cinq », au lieu de « 7 virgule 35 centièmes », ou encore « 7 virgule 3 dixièmes et 5 centièmes » ;
- ❸ le fait que, bien souvent, ils réfèrent à des mesures entières : 7,35 € compris comme « 7 € 35 centimes », sur le modèle de « 7 H 35 mn » \Rightarrow l'idée de fractionnement disparaît ;
- ❹ le fait que les techniques de calcul, pour ces nombres, soient quasiment les mêmes que pour les entiers ;
- ❺ le fait que, pour la comparaison de deux décimaux, de nombreux maîtres enseignent la règle selon laquelle il faut écrire des zéros à droite de la virgule jusqu'à ce qu'ils aient le même nombre de chiffres après la virgule (ex. : pour comparer 1,015 et 1,05 : un élève qui applique cette règle peut très bien réussir sans, pour autant, comprendre ce que sont des *centièmes* par rapport à des *millièmes*) ; idem, pour la division par 10, 100... où l'on décale la virgule de 1 ou 2 rangs vers la gauche.

Tout cela masque la nature de fraction des nombres décimaux et peut conduire de très nombreux élèves à les assimiler à des entiers.

☞ Proposition de programmation :

Pour remédier à ces difficultés, une approche basée sur le livre « *J'apprends les maths* », de Rémi BRISSIAUD, Pierre CLERC, André OUZOULIAS (Retz) a été envisagée.

Celle-ci s'appuie sur les principes ou recommandations suivants :

- ❶ Les nombres décimaux ne sont pas seulement des nombres à virgule ; ils sont aussi représentés par des fractions décimales.
- ❷ Les nombres décimaux sont des *nombres rationnels* inventés pour approcher d'aussi près que l'on veut la mesure d'une grandeur continue.
- ❸ **Enseigner d'abord les décimaux sous forme de *fractions décimales* puis, dans un deuxième temps, l'écriture à virgule de ces fractions décimales.**

« Les nombres décimaux ont été inventés pour permettre d'approcher la mesure d'une grandeur continue d'aussi près que l'on veut, grâce à des **fractionnements** de plus en plus fins (dixièmes, centièmes, etc.). C'est leur raison d'être. Faire disparaître l'idée de fractionnement dans une progression didactique concernant les décimaux, c'est donc « passer à côté » de son objet d'étude... »¹

- ❹ **Introduire les fractions décimales dans un contexte de partition de la pluralité.**

Ne pas introduire les fractions en favorisant le sens lié au fractionnement de l'unité (contrairement à ce que préconisent les programmes).

« ... Les enfants conceptualisent mal les décimaux (...) parce qu'ils conceptualisent mal les fractions. En effet, dans la quasi-totalité des progressions, lors de la séance d'introduction des fractions, le sens dont on favorise l'appropriation est celui lié au *fractionnement de l'unité* (11/4 est d'abord défini comme « onze

¹ In « *J'apprends les maths CM2* » de Rémi Brissiaud, Pierre Clerc, André Ouzoulias, chap. « Un premier choix fondamental : enseigner d'abord les décimaux sous forme de fractions décimales », p. 41.

quarts ». Or un tel choix rend extrêmement difficile l'appropriation de l'équivalence : « onze quarts » c'est aussi « onze divisé par 4 »).²

⑤ Construire l'équivalence fondamentale : partition de la pluralité et fractionnement de l'unité, pour conceptualiser les fractions.

C'est cette équivalence qui « fonde » le concept de fraction : elle justifie le fait que $\frac{3}{4}$ puisse être lu « 3 divisé par 4 » (3 baguettes partagées en 4 parts égales : partition de la pluralité) ou « 3 quarts » (la grandeur d'une part correspondant à 3 quarts d'une baguette : fractionnement de l'unité).

⑥ N'introduire l'addition de fractions qu'après que les élèves :

- se soient approprié l'écriture a/b ,
- aient appris à en produire des écritures équivalentes,
- aient appris à comparer les fractions simples du programme.

La façon dont les élèves ont l'habitude d'opérer avec le signe « + » et les écritures d'entiers ne doit pas contaminer l'usage des mêmes symboles lorsqu'ils désignent des fractions !

⑦ Pour enseigner les décimaux, utiliser d'abord des unités de mesure non conventionnelles (ex. : règles graduées en stylos) pour favoriser l'appropriation de l'idée de fractionnement et éviter la confusion avec les entiers.

Dans un système conventionnel de mesure (ex. le mètre), le $\frac{1}{10}$, le $\frac{1}{100}$, etc. de l'unité ont des noms spécifiés (le décimètre, le centimètre...) et fonctionnent donc, eux-mêmes, comme unités entières à l'intérieur de ce qu'on appelle un système de « nombres complexes ».

En faisant disparaître toute idée de fractionnement, l'idée de décimal disparaîtrait aussi.

⑧ Enseigner l'écriture à virgule comme un simple changement de notation.

L'écriture à virgule des nombres décimaux est introduite en utilisant la calculette. Les élèves vont découvrir facilement le principe de l'affichage de la calculette : elle sépare la partie entière et la partie fractionnaire par un point ; le chiffre immédiatement à droite du point désigne des dixièmes et celui encore à droite des centièmes (les millièmes sont étudiés au CM2).

⑨ Faire oraliser systématiquement les nombres à virgule, en explicitant les dixièmes, centièmes, etc.

C'est seulement lorsqu'on procède à une telle oralisation « signifiante » que la tâche avec les nombres à virgule n'offre pas plus de difficulté que la même tâche avec les écritures fractionnaires.

Remarques :

- Le fait de choisir cette approche pour l'étude des fractions et nombres décimaux entraîne la nécessité de suivre la progression préconisée par les auteurs de « *J'apprends les maths – CM1 et CM2* » et, donc, de s'appuyer sur les livres du maître et manuels correspondants ;
- Le choix fait d'aborder, dès le CM1, les deux sens de l'écriture fractionnaire et l'équivalence entre ces deux écritures, a conduit les stagiaires à proposer une nouvelle programmation de l'enseignement des décimaux sur trois ans, du CM¹ à la 6^{ème} (cf. ci-dessous).

² Idem, chap. « Un deuxième choix fondamental : donner d'abord du sens à a/b dans un contexte de partition de la pluralité », p. 42.

**Programmation élaborée lors du stage « liaison écoles – collèges »
année scolaire 2005-2006**

| | Significations du décimal | Numération | Calculs |
|------------------------|---|---|--|
| CM¹ | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Découvrir la division – fraction (sens a divisé par b de la fraction) et l'écriture fractionnaire (fractions $>$ à 1). → comprendre la différence entre « division euclidienne » et « division – fraction ». ▪ Comprendre que l'écriture fractionnaire n'est pertinente que dans le cadre d'un partage équitable (fractionnement de l'unité en parts égales). ▪ Construire l'équivalence entre « partition de la pluralité » et « fractionnement de l'unité » : « 2 divisé par 3 » c'est aussi « 2 tiers » ▪ Ecrire les fractions sous la forme : $N + a/b$ (avec $a < b$) (fractions décimales jusqu'aux 100^{ème}). | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Comparer des fractions ayant des dénominateurs différents (fractions usuelles et décimales). ▪ Construire les égalités remarquables du type : $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$... ▪ Encadrer une fraction par deux entiers consécutifs. | <p><u>En préalable :</u> Etude de la division euclidienne (diviseur à un chiffre).</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Additionner des fractions décimales dans trois contextes : aires, volumes de liquides et longueurs, avec supports (varier les supports). ▪ Soustraire des fractions décimales. |
| CM² | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Introduire l'écriture décimale à partir de la fraction décimale (passage d'une écriture du type « $7 + 485/1000$ » à l'écriture « 7,485 »). ▪ Etendre les fractions décimales aux 1000^{ème}. ▪ Revoir les deux sens de l'écriture a/b (« a divisé par b » et « a fois $1 b^{\text{jème}}$ ») et leur équivalence, dans le cas où la fraction a/b est supérieure à 1 : $23/4$, c'est « 23 divisé par 4 », mais c'est aussi « 23 quarts ». ▪ Lire et écrire des nombres décimaux. | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Aborder les différentes écritures d'un nombre décimal. ▪ Revoir la comparaison de fractions avec dénominateurs différents (fractions usuelles et fractions décimales). ▪ Revoir l'encadrement d'une fraction par deux entiers consécutifs. ▪ Aborder l'encadrement à un rang défini. | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Revoir : l'addition et la soustraction de fractions décimales avec supports. ▪ Aborder l'additionner et la soustraction de nombres décimaux. ▪ Aborder la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier. |
| 6^{ème} | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Revoir l'équivalence entre les deux sens de l'écriture a/b. ▪ Mettre en correspondance : fractions / décimaux / divisions. | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Reprendre les différents aspects. ▪ Aborder les décompositions utilisant 0,1 ; 0,01 ; ... ▪ Aborder : approximation et ordre de grandeur. | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Aborder le produit de deux nombres décimaux. ▪ Aborder le quotient d'un décimal par un entier. ▪ Aborder le quotient de deux nombres décimaux. |